

高重合度斜齿轮多齿对啮合的 补偿修形设计与分析

刘玄¹, 方宗德¹, 赵宁¹, 郭辉¹, 沈云波²

(1. 西北工业大学机电学院, 710072, 西安; 2. 西安工业大学机电工程学院, 710021, 西安)

摘要: 为准确计算齿面修形量以降低承载传动误差波动幅值, 考虑齿轮传动过程中不同啮合区之间轮齿承载变形的变化规律, 提出了高重合度斜齿轮多齿对啮合的补偿修形设计方法。基于标准齿面在设计载荷下的承载传动误差波动幅值大小和方向, 预设修形齿面的几何传动误差; 通过优化几何传动误差控制齿面修形量大小, 实现轮齿不同啮合区的精确补偿修形; 建立齿向改进修形齿面模型, 以齿条刀具附加转角和齿向修形参数为优化变量, 采用快速非支配排序遗传算法(NSGA-II)基于承载传动误差幅值最小确定齿面最佳修形量。研究表明: 啮合齿对变化引起不同啮合区之间轮齿承载变形的变化是承载传动误差幅值波动的主要原因; 齿面补偿修形后, 承载传动误差幅值大幅下降, 在设计负载下, 承载传动误差幅值几乎降到零; 改进修形也能够有效补偿不同啮合区之间轮齿承载变形的差异, 同时避免了边缘接触, 降低了齿轮副的振动与噪声。

关键词: 高重合度; 斜齿轮; 承载传动误差幅值; 几何传动误差; 补偿修形设计

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtubxb202011007 **文章编号:** 0253-987X(2020)11-0056-09



OSID 码

Design and Analysis of Compensation Modification for Multi-Pair Contact of High-Contact-Ratio Helical Gears

LIU Xuan¹, FANG Zongde¹, ZHAO Ning¹, GUO Hui¹, SHEN Yunbo²

(1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: To accurately calculate the amount of the tooth surface modification to reduce the amplitude of load transmission error (ALTE), considering the load-bearing deformation of the teeth between different meshing areas in the process of gear meshing, a design method of compensation modification for multi-pair contact of high contact ratio helical gears is proposed. The transmission error of modified tooth surface is predesigned based on the magnitude and direction of ALTE of the standard tooth surface under the design load, and the precise compensation modification in different meshing areas of the tooth is realized by optimizing the TE to control the value of the tooth surface modification. The model of a further longitudinal modified tooth surface is established, and the additional angle of rack cutters and the parameters of the longitudinal correction are taken as the optimization variables. The optimal tooth surface modification values are determined by the fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm

收稿日期: 2020-05-25。 作者简介: 刘玄(1990—),男,博士生;方宗德(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675424);陕西省自然科学研究计划资助项目(2018JM5046)。

网络出版时间: 2020-08-25

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200825.1618.006.html>

(NSGA-II) based on the minimum ALTE. The results show that the change of load-bearing deformation caused by the change of meshing pairs is the main cause for the fluctuation of the ALTE. After the tooth surface compensation modification, the ALTE decreases greatly, and under the designed load, the ALTE drops to almost zero. The further longitudinal correction can also effectively compensate the difference of tooth deformation between different meshing areas of the teeth, avoiding the edge contact, and reducing the vibration and noise of gears.

Keywords: high contact ratio; helical gears; amplitude of load transmission error; transmission error; compensation modification design

高重合度斜齿轮传动具有承载能力大、传动平稳等优点,广泛应用于直升机、船舶等重要动力传动系统中^[1-2]。由于重合度较大,齿轮传动过程中同时参与啮合的齿对数交替变化较为频繁,不同啮合区之间轮齿承载变形呈现连续波动变化。随着齿轮传动朝着高速重载方向发展,振动和噪声等问题已成为影响动力传动系统的关键问题。

大量研究表明, 齿轮静态承载传动误差波动幅值是齿轮传动系统产生振动和噪声的主要激励^[3-5]。齿轮修形技术是齿轮传动系统减振降噪的有效手段, 国内外专家学者已经做了大量的研究工作; Litvin 等结合轮齿几何接触分析(TCA)技术, 通过对齿面进行三维修形减小了渐开线斜齿轮的传动误差幅值^[6-7]; 方宗德等提出了一种斜齿轮三维修形的优化设计方法, 以齿面载荷均匀化和传动误差最小为优化目标, 采用改进的单纯形法得到了最佳修形曲面^[8]; 汪建等分别运用响应面法和 Kriging 法拟合出齿轮修形量与动态传递误差波动量间的关系函数, 并分析了齿廓和齿向修形参数对动态传动误差响应的敏感度^[9]; 陈洪月等建立了齿廓修形数学模型, 从时域角度定量分析了修形量、修形起始点和修形曲线对齿轮设计传递误差的影响^[10]; 贾超等根据齿轮对的设计重合度将齿廓修形曲线设计为高阶抛物线, 以承载传动误差幅值最小为目标函数优化得到了齿面修形参数^[11]; 王宪法等研究了窄斜齿轮对角修形区域的选择原则, 给出了最佳修形量的计算方法^[12]; 蒋进科等构造了斜齿轮对角修形齿面, 以承载传动误差幅值最小与啮合线方向加速度均方根最小为目标, 通过遗传算法确定了最佳修形齿面^[13]; 袁冰等研究了对角修形对齿面载荷分布、综合啮合刚度以及承载传动误差的影响^[14]; Lee 设计了一种可控的内凹直齿轮 4 阶传动误差, 研究了具有 4 阶传动误差的直齿轮修形齿面的加工仿真^[15]; 蒋进科等研究了 6 阶抛物线传动误差的渐开线圆柱斜齿轮修形齿面的设计, 并对修形齿面进行了仿真

加工^[16];Jiang 等设计了一种可控的 6 阶、4 阶和 2 阶抛物线几何传动误差,完成了对直齿轮和斜齿轮的齿面优化修形^[17]。以上研究中三维修形主要是在齿根、齿顶以及齿向两侧区域内进行修形,对角修形只在啮入、啮出区进行修形,都未考虑齿轮副重合度的影响。高阶传动误差修形虽然能够考虑齿轮副重合度,但其主要通过改变啮合转换点幅值及转换点处传动误差曲线两切线的夹角降低承载传动误差波动幅值,对不同啮合区之间轮齿承载变形的补偿作用有限。

本文考虑齿轮副重合度的影响,提出一种与重合度相适应的小轮齿面补偿修形设计方法,使修形规律与重合度产生的啮合区变化规律一致,通过预设修形齿面的几何传动误差控制小轮齿面的修形量。同时为改善齿面载荷分布,进一步对其进行齿向改进修形。采用快速非支配排序遗传算法(NSGA-II)优化承载传动误差波动幅值得到齿面最佳修形量。本文修形设计方法对齿轮传动系统的减振降噪具有重要的工程实践意义。

1 斜齿轮承载接触分析模型

斜齿轮承载接触分析 (LTCA) 技术就是将 TCA 技术与有限元法结合起来, 根据 TCA 技术求解多齿对啮合的初始齿面间隙, 应用有限元法获得接触的齿面节点的柔度矩阵, 并插值得到齿轮副接触点的柔度矩阵^[18-19], 具体数学模型如图 1 所示。

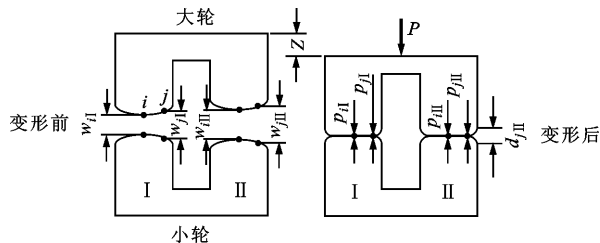


图 1 斜齿轮承载接触分析模型

齿面接触问题可由下述方程组表示

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_k \mathbf{p}_k + \mathbf{w}_k &= \mathbf{Z} \mathbf{e}_k + \mathbf{d}_k \quad k = \text{I, II} \\ \sum_{j=1}^{n_1} p_{j\text{I}} + \sum_{j=1}^{n_{\text{II}}} p_{j\text{II}} &= P \\ d_{jk} &= 0, p_{jk} > 0 \\ d_{jk} &> 0, p_{jk} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{F}_k$ 是齿对 k 的法向综合柔度矩阵; $\mathbf{Z}$ 为轮齿变形后的法向位移; $\mathbf{e}_k$ 为单位矢量; $\mathbf{w}_k$ 、 $\mathbf{p}_k$ 、 $\mathbf{d}_k$ 分别为齿对 k 沿瞬时接触椭圆长轴离散点的初始齿面间隙、法向载荷及变形后的齿面间隙; $\mathbf{w}_k = \boldsymbol{\delta}_k + \mathbf{b}_k$, $\boldsymbol{\delta}_k$ 为齿对 k 的齿间间隙(几何传动误差), $\mathbf{b}_k$ 为齿对 k 瞬时接触椭圆长轴离散点 j 处的齿面法向间隙。

式(1)是由已知参数 $\mathbf{F}_k$ 、 $\mathbf{w}_k$ 、 P 和未知参数 $\mathbf{d}_k$ 、 $\mathbf{p}_k$ 、 $\mathbf{Z}$ 组成的一个非线性规划, 目标函数是变形能最小。采用数学规划法求解式(1)可得到齿轮副的承载传动误差(L_{TE})和承载传动误差波动幅值(A_{LTE})。 L_{TE} 和 A_{LTE} 可分别表示为

$$L_{\text{TE}} = 3\,600 \times 180 \frac{Z}{\pi r_{b2} \cos \beta_b} \quad (2)$$

$$A_{\text{LTE}} = \max(L_{\text{TE}}) - \min(L_{\text{TE}}) \quad (3)$$

式中 r_{b2} 和 β_b 分别为大轮基圆半径和基圆螺旋角。

2 小轮修形齿面

2.1 预设修形齿面的几何传动误差

齿轮副的承载传动误差波动幅值与几何传动误差(T_E)密切相关, 如图2所示。图中实心圆点表示的3条曲线是典型的抛物线型几何传动误差, 代表相邻3齿交替啮合的过程。曲线1、2、3分别表示轻载、中载、重载下的承载传动误差。图中标出了2齿、3齿啮合区段, 不同啮合区之间轮齿变形量的大小不一样, 啮合过程中 T_E 呈现连续波动变化。

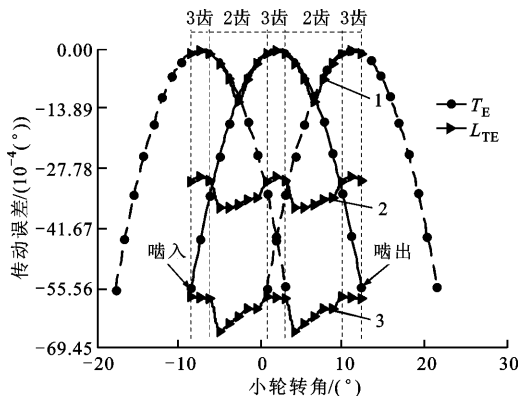


图2 L_{TE} 与 T_E 关系示意图

抛物线型几何传动误差可通过传统的三维修形得到, 对修形齿面来说, 几何传动误差的大小反映了修形量的大小。修形的目的是在变形量小的啮合区

增大修形量, 在变形量大的啮合区减小修形量, 通过修形量补偿变形量, 实现承载传动误差波动幅值的大幅下降。低重合度(重合度小于2)斜齿轮从啮入到啮出经历3个啮合区, 传统修形可有效降低其承载传动误差波动幅值。

对于高重合度斜齿轮副, 如重合度在2~3之间的齿轮副, 从啮入到啮出经历5个啮合区; 重合度在3~4之间的齿轮副, 从啮入到啮出经历7个啮合区, 传统修形很难完全补偿不同啮合区之间轮齿变形的差异。

综上所述, 本文预设几何传动误差的基本思路为根据标准齿面在设计载荷下承载传动误差波动幅值的大小和方向预设修形齿面的几何传动误差, 预设的几何传动误差与承载传动误差波动幅值大小相等、方向相反, 如图3所示。

图3中齿轮副一个啮合周期分为8等分, 轮齿从啮入到啮出的过程中齿面上共有19个接触点($\varphi_1^{(i)}, \delta\varphi_2^{(i)}$) ($i=1, \dots, 19$), 与图2不同, 接触点($\varphi_1^{(i)}, \delta\varphi_2^{(i)}$) ($i=4, \dots, 12$) 所在位置 T_E 是中凹的。

预设的修形齿面几何传动误差 $\delta\varphi_2^{(i)}$ 可通过下式来表示

$$\delta\varphi_2^{(i)} = (\varphi_2^{(i)} - \varphi_2^{(0)}) - (N_1/N_2)(\varphi_1^{(i)} - \varphi_1^{(0)}) \quad (4)$$

式中: N_1 、 N_2 分别为小轮和大轮的齿数; $\varphi_1^{(0)}$ 和 $\varphi_2^{(0)}$ 分别为小轮和大轮的初始转角。

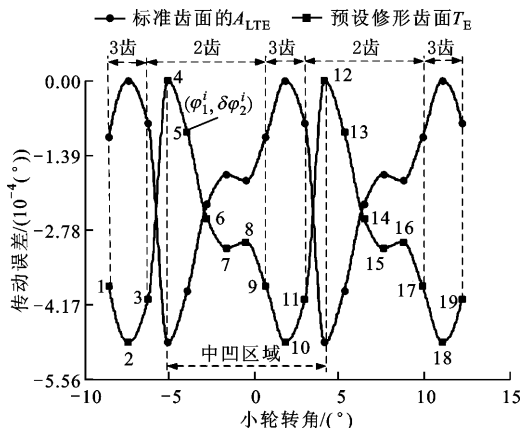


图3 基于标准齿面的 A_{LTE} 预设修形齿面的 T_E

2.2 小轮补偿修形齿面

图4给出了齿条刀具加工圆柱齿轮的坐标系, 图中下标 $i=1$ 表示小轮, $i=2$ 表示大轮。坐标系 S_{ti} 、 S_i 分别是与刀具和齿轮固联的动坐标系; S_{qi} 是与机床固联的固定坐标系; r_{pi} 是齿轮的节圆半径; θ_i 是齿轮展成角。 $\Delta\theta_i$ 是刀具的附加转角, 对于大轮齿面来说, 其值为0。对于小轮齿面, 通过刀具附加转角 $\Delta\theta_1$ 即可实现齿面补偿修形。

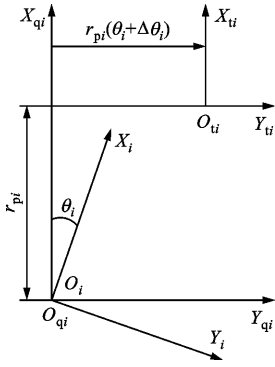


图 4 齿条刀具加工圆柱齿轮坐标系

大、小轮齿面方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_i(u_i, l_i, \Delta\theta_1, \theta_i) &= \mathbf{M}_{i,ti} \mathbf{r}_{ti}(u_i, l_i) \\ \mathbf{n}_i &= \mathbf{L}_{i,ti} \mathbf{n}_{ti} \\ f_{ti,i}(u_i, l_i, \Delta\theta_1, \theta_i) &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial u_i} \times \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial l_i} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \theta_i} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: u_i 和 l_i 为齿面参数; $\mathbf{r}_i$ 和 $\mathbf{n}_i$ 为齿面的位矢和法矢; $\mathbf{r}_{ti}$ 和 $\mathbf{n}_{ti}$ 为刀具的位矢和法矢; $\mathbf{M}_{i,ti}$ 表示从坐标系 S_{ti} 到 S_i 的坐标变换矩阵; $\mathbf{L}_{i,ti}$ 为 $\mathbf{M}_{i,ti}$ 的子矩阵; $f_{ti,i} = 0$ 为啮合方程。

两齿轮在啮合过程中满足连续切触条件, 故 TCA 方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_i^{(1)}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \varphi_1) &= \mathbf{r}_i^{(2)}(u_2, l_2, \varphi_2(\varphi_1)) \\ \mathbf{n}_i^{(1)}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \varphi_1) &= \mathbf{n}_i^{(2)}(u_2, l_2, \varphi_2(\varphi_1)) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{r}_i^{(1)}$ 和 $\mathbf{n}_i^{(1)}$ 、 $\mathbf{r}_i^{(2)}$ 和 $\mathbf{n}_i^{(2)}$ 分别为固定坐标系 S_i 中小轮、大轮齿面的位矢和法矢; φ_1 和 φ_2 分别为小轮和大轮的转角。

方程式(6)化简后可得到 5 个独立的标量方程, 包含 7 个未知参数 $u_1, l_1, \Delta\theta_1, \varphi_1, u_2, l_2, \varphi_2$ 。由于几何传动误差 $\delta\varphi_2$ 是预设的, 可由式(4)求得。大轮转角 φ_2 可通过小轮转角 φ_1 和 $\delta\varphi_2$ 来表示, 是已知量。取小轮转角 φ_1 作为输入量求解 5 个方程, 可得到其他 5 个未知参数 $u_1, l_1, \Delta\theta_1, u_2, l_2$ 。

通过求解 TCA 方程可得到小轮齿面运动参数 $\Delta\theta_1, \theta_1$, 将齿条刀具的附加转角 $\Delta\theta_1$ 表示为齿轮展成角 θ_1 的 10 次多项式函数

$$\Delta\theta_1 = a_0 + a_1\theta_1 + a_2\theta_1^2 + a_3\theta_1^3 + a_4\theta_1^4 + a_5\theta_1^5 + a_6\theta_1^6 + a_7\theta_1^7 + a_8\theta_1^8 + a_9\theta_1^9 + a_{10}\theta_1^{10} \quad (7)$$

式中: $a_0 \sim a_{10}$ 分别为拟合的多项式系数。

通过预设几何传动误差 $\delta\varphi_2$ 求得齿条刀具的附加转角 $\Delta\theta_1$, 进而实现齿面的补偿修形。小轮补偿修形齿面的修形量可表示为

$$\delta(u_1, l_1, \Delta\theta_1) = (\mathbf{r}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) - \mathbf{r}_1(u_1, l_1, \theta_1)) \cdot \mathbf{n}_1(u_1, l_1, \theta_1) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{r}_1(u_1, l_1, \theta_1)$ 和 $\mathbf{n}_1(u_1, l_1, \theta_1)$ 分别为小轮标准齿面的位矢和法矢; $\mathbf{r}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1)$ 为小轮补偿修形齿面的位矢。

2.3 小轮改进修形齿面

适当的齿向修形有助于改善齿面载荷分布不均的现象, 减小齿面边缘接触, 为此在 2.2 节小轮补偿修形齿面的基础上进一步对其进行齿向修形, 由此得到的齿面称为小轮改进修形齿面。

齿向修形曲线如图 5 所示, 由两段二次抛物线和一段直线组成, 修形曲线包含 3 个参数, 其中 y_1 和 y_2 分别为齿向左右两端最大修形量, y_3 为齿向不修形区域长度, b 为旋转投影面上的齿长。 s_1, s_2, s_3 和 s_4 分别为齿向修形曲线上 4 个点的坐标, 其值可由 b, y_1, y_2, y_3 计算得到。

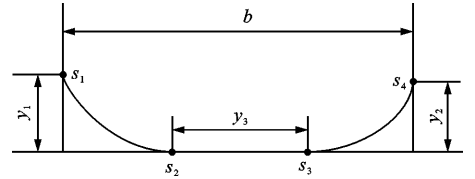


图 5 齿向修形曲线

根据修形曲线计算网格节点的修形量 ξ , 通过三次 B 样条对节点数据拟合得到光滑的修形曲面。旋转投影面与小轮补偿修形齿面关系如下式

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt{\mathbf{r}_{clx}^2 + \mathbf{r}_{cly}^2} \\ y &= \mathbf{r}_{clz} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{r}_{clx}, \mathbf{r}_{cly}, \mathbf{r}_{clz}$ 分别为小轮补偿修形齿面位置矢量 $\mathbf{r}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1)$ 的坐标分量。

将小轮补偿修形齿面与齿向修形曲面叠加可得小轮改进修形齿面, 其位矢和法矢可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{g1}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) &= \mathbf{r}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) + \xi(x, y) \mathbf{n}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) \\ \mathbf{N}_{g1}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{cl}}{\partial u_1} + \frac{\partial \xi}{\partial u_1} \mathbf{n}_{cl} + \frac{\partial \mathbf{n}_{cl}}{\partial u_1} \xi \right) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{cl}}{\partial l_1} + \frac{\partial \xi}{\partial l_1} \mathbf{n}_{cl} + \frac{\partial \mathbf{n}_{cl}}{\partial l_1} \xi \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{n}_{cl}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1)$ 为小轮补偿修形齿面的法矢; $\partial \xi / \partial u_1$ 和 $\partial \xi / \partial l_1$ 可根据文献[13]方法求得。

将式(1)代入式(6)中形成新的 TCA 方程。在进行齿面改进修形设计时, 需要通过 2.2 节中预设的几何传动误差 $\delta\varphi_2$ 得到刀具的附加转角 $\Delta\theta_1$ 。在求解新的 TCA 方程时, 由于 $\Delta\theta_1$ 是已知的, 取 φ_1 为输入量, 5 个方程 5 个未知数 $u_1, l_1, u_2, l_2, \varphi_2$, 方程组仍是可解的。

小轮改进修形齿面的修形量可表示为

$$\xi_g(u_1, l_1, \Delta\theta_1, y_1, y_2, y_3) = (\mathbf{R}_{g1}(u_1, l_1, \Delta\theta_1, \theta_1) - \mathbf{r}_1(u_1, l_1, \theta_1)) \mathbf{n}_1(u_1, l_1, \theta_1) \quad (11)$$

3 修形优化设计

本文的目标函数是给定工况下承载传动误差波动幅值最小,如下式

$$\min f = \min(\max(L_{TE}) - \min(L_{TE})) \quad (12)$$

3.1 小轮补偿修形优化模型

对于 2.2 节小轮补偿修形来说,通过优化几何传动误差 $\delta\varphi_2^{(i)}$ 来实现承载传动误差波动幅值最小,公式如下

$$\left. \begin{array}{l} \text{优化变量} \quad \zeta = (\delta\varphi_2^{(1)}, \delta\varphi_2^{(2)}, \dots, \delta\varphi_2^{(n)}) \\ \text{约束条件} \quad \text{s. t.} \quad \zeta_{\min} \leq \zeta \leq \zeta_{\max} \end{array} \right\} \quad (13)$$

式中: $\zeta_{\min}$ 、 $\zeta_{\max}$ 为 ζ 的最小值、最大值, $\zeta_{\min} = 2(\delta\varphi_2^{(1)}, \delta\varphi_2^{(2)}, \dots, \delta\varphi_2^{(n)})$, $\zeta_{\max} = 0.2(\delta\varphi_2^{(1)}, \delta\varphi_2^{(2)}, \dots, \delta\varphi_2^{(n)})$; n 为接触点数。

3.2 小轮改进修形优化模型

对于 2.3 节小轮改进修形设计,事先需要通过小轮补偿修形设计求出刀具的附加转角,将 3.1 节优化几何传动误差 $\delta\varphi_2^{(i)}$ ($i=1, \dots, n$) 得到的齿条刀具附加转角用 $\Delta\theta_u^{(i)}$ ($i=1, \dots, n$) 表示,两者之间是一一对应的。为保证几何传动误差曲线中凹区域不变,以图 3 中曲线为例,中凹区域即是啮合点 ($\varphi_1^{(i)}, \delta\varphi_2^{(i)}$) ($i=4, \dots, 12$) 所在位置,则小轮改进修形优化时 $\Delta\theta_u^{(i)}$ ($i=4, \dots, 12$) 保持不变。因此优化时只优化 $(\Delta\theta_u^{(1)}, \Delta\theta_u^{(2)}, \Delta\theta_u^{(3)}, \Delta\theta_u^{(13)}, \dots, \Delta\theta_u^{(19)})$ 。结合齿向修形参数 (y_1, y_2, y_3), 则小轮改进修形优化的模型可表示为

$$\text{优化变量} \quad \eta = \Delta\theta_u^{(i)}, y_1, y_2, y_3$$

约束条件

$$\left. \begin{array}{l} \text{s. t.} \quad \eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{\max} \\ q_{\min} < y_1, y_2 < q_{\max} \\ l_{\min} < y_3 < l_{\max} \\ \text{abs}(\max(T_E)) > \text{abs}(\min(L_{TE})) \end{array} \right\} \quad (14)$$

式中: η 为 $\Delta\theta_u^{(i)}$ 需要优化的个数, $\eta = (\Delta\theta_u^{(1)}, \dots, \Delta\theta_u^{(o)}, \Delta\theta_u^{(p)}, \dots, \Delta\theta_u^{(n)})$, 啮合点 ($\varphi_1^{(i)}, \delta\varphi_2^{(i)}$) ($i=o, \dots, p$) 所在位置为中凹区域,对应的 $\Delta\theta_u^{(o)}, \dots, \Delta\theta_u^{(p)}$ 不需要优化; $\eta_{\min}$ 、 $\eta_{\max}$ 分别为 η 的最小值、最大值, $\eta_{\min} = 5\eta$, $\eta_{\max} = 0$; $q_{\min}$ 和 $q_{\max}$ 为齿向修形量的最小值和最大值, $q_{\min}$ 取 $13 \mu\text{m}$, $q_{\max}$ 取 $35 \mu\text{m}$; $l_{\min}$ 和 $l_{\max}$ 为齿向不修形长度的最小值和最大值, $l_{\min}$ 取 $0.65b$, $l_{\max}$ 取 $0.95b$, b 为齿宽;第 4 个式子的目的是为了保证

齿轮副几何传动误差曲线和承载传动误差曲线有交点,避免发生边缘接触。

综上所述,基于承载传动误差波动幅值最小的小轮改进修形优化设计流程图如图 6 所示。

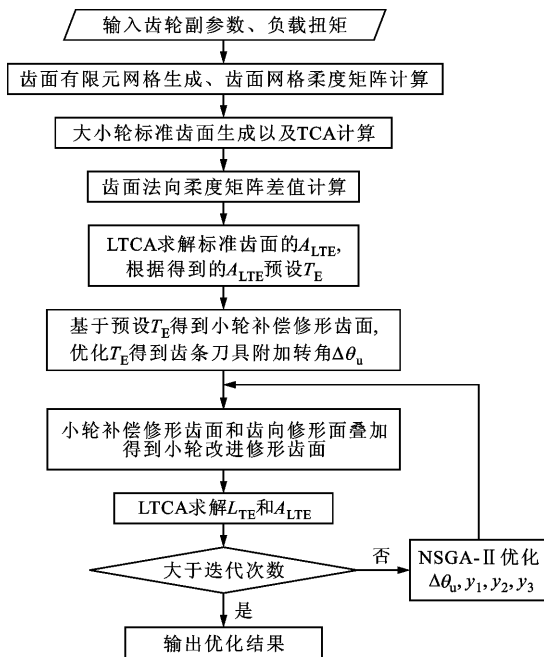


图 6 小轮改进修形优化设计流程

3.3 优化方法

由于目标函数为斜齿轮副 TCA 和 LTCA 的计算结果,目标函数与优化变量之间无法直接建立精确的解析表达式,且优化过程是一个非线性迭代过程,优化解空间内存在多个局部最优解,因此无法采用传统的优化算法。NSGA-II 算法采用快速非支配排序算法和拥挤距离比较算子,同时引入精英策略,计算复杂度低,计算效率高,因此本文使用其求解上述优化模型^[20]。下节算例中控制参数设置如下:交叉和变异概率分别取为 0.6 和 0.1,种群规模取为 80,终止进化代数取为 50。

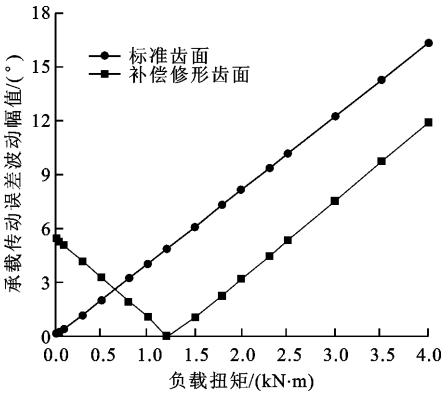
4 算例与分析

本节给出两个算例,齿轮副参数如表 1 所示,其中算例 1 齿轮副的设计重合度为 2.34,算例 2 齿轮副的设计重合度为 3.42。

图 7 所示为算例 1 补偿修形齿面 TCA、LTCA 仿真结果。由图 7a 可知,补偿修形齿面啮入端和啮出端修形量较小,修形量沿着接触路径呈对角波动,且沿着瞬时接触线上的齿面修形量相等。修形量曲面部分区域是内凹的,但这并不意味着修形后修形齿面是内凹的。由图 7b 可以看出,补偿修形齿面接

表 1 齿轮副参数

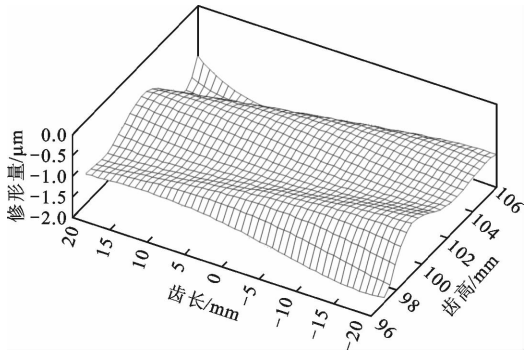
设计参数	数值	
	算例 1	算例 2
小轮齿数	39	39
大轮齿数	82	82
法向模数/mm	5	4
压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	15	30
齿宽/mm	40	50
设计重合度	2.34	3.42
负载扭矩/(N·m)	1 200	1 600



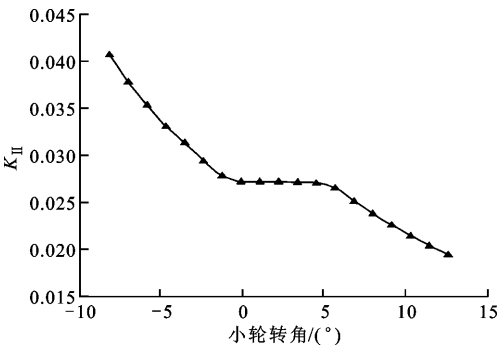
(d)多载荷承载传动误差幅值变化
图 7 算例 1 补偿修形优化结果

触点的最大曲率都是大于 0 的。与传统修形不同,齿面补偿修形后,重合度基本不变。载荷较小时, A_{LTE} 较大。随着载荷增大 A_{LTE} 线性下降,当达到设计载荷1 200 N·m 时, A_{LTE} 几乎为 0。随着载荷增大, A_{LTE} 逐渐增大。图 7d 给出了标准齿面和补偿修形齿面的多载荷 A_{LTE} 对比。

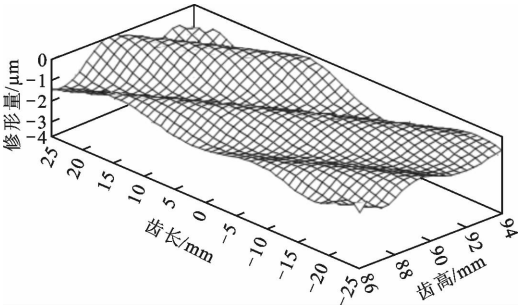
图 8 所示为算例 2 补偿修形齿面 TCA、LTCA 仿真结果。与图 7a 相比,由于算例 2 齿轮副重合度更大,因此沿着齿面接触路径齿面修形量波动变化更多(图 8a)。由图 8b 可知,算例 2 补偿修形齿面接触点的最大曲率也都是大于 0 的。补偿修形对重合度几乎没有影响,由于轮齿修形补偿了不同啮合



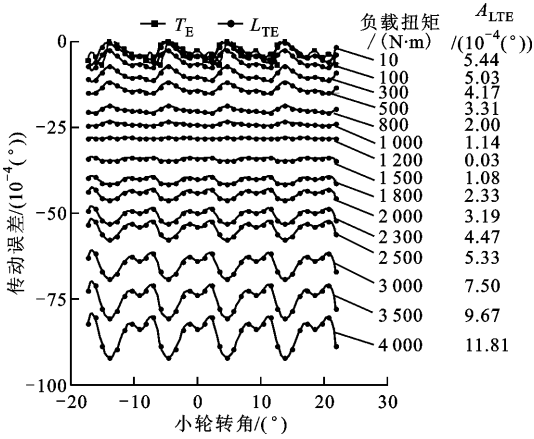
(a) 补偿修形齿面修形量



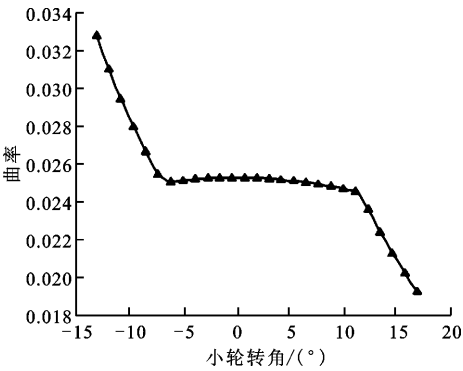
(b) 啮合点曲率



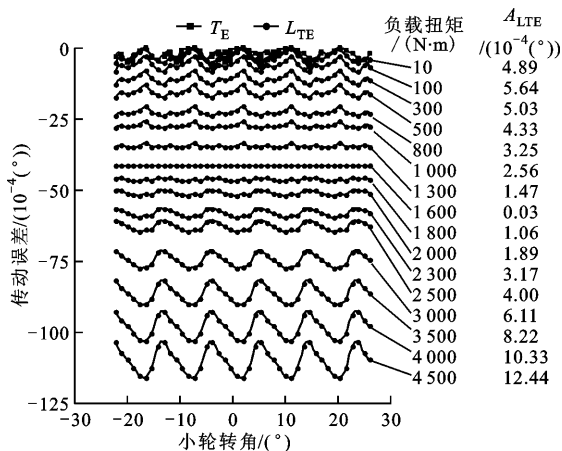
(a) 补偿修形齿面修形量



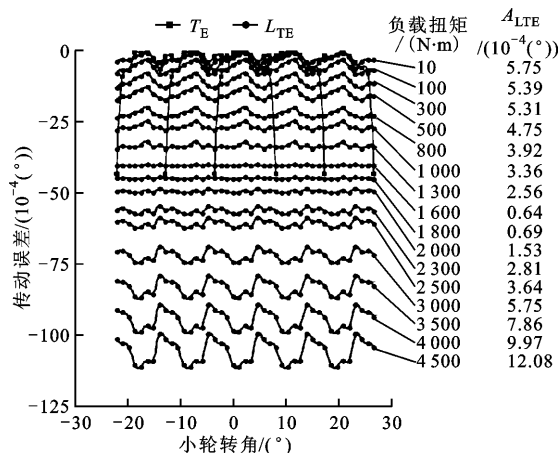
(c)多载荷承载传动误差变化



(b) 啮合点曲率

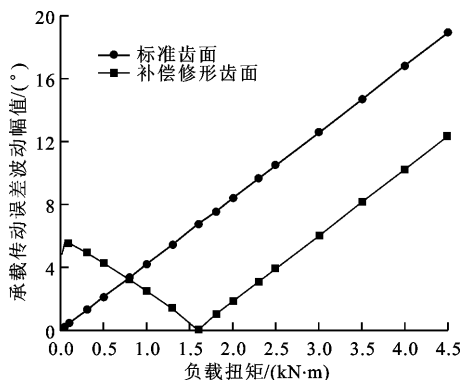


(c)多载荷承载传动误差变化



(b)多载荷承载传动误差变化

图9 算例2改进修形优化结果



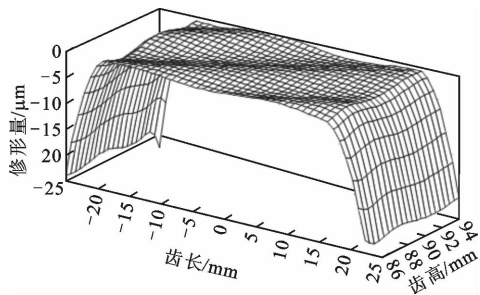
(d)多载荷承载传动误差幅值变化

图8 算例2补偿修形优化结果

区轮齿变形量的差异,在设计载荷1 600 N·m时, A_{LTE} 几乎降到0(图8c)。图8d为算例2标准齿面和补偿修形齿面的多载荷 A_{LTE} 对比。

下面分析改进修形后承载传动误差幅值变化情况,本文仅对重合度较大的齿轮副(算例2)进行分析。图9所示是算例2改进修形齿面的优化仿真结果。

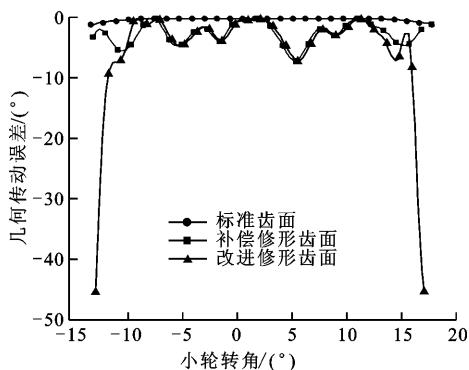
由图9a可知,改进修形与补偿修形(图8a)相比,啮入端和啮出端有较大的修形量,同时沿着齿面接触路径修形量仍是波动变化的,这有利于补偿不同啮合区之间轮齿变形量的差异。改进修形后,重合度有所降低,并随载荷增大逐渐增大,然后基本



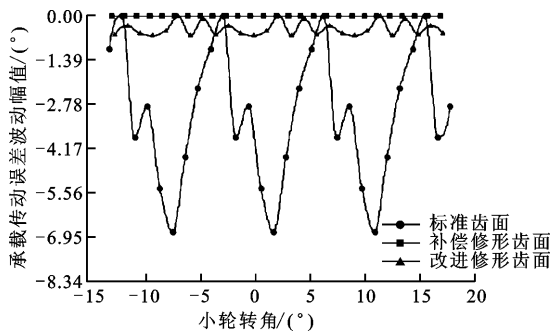
(a)改进修形齿面修形量

保持不变(图9b)。

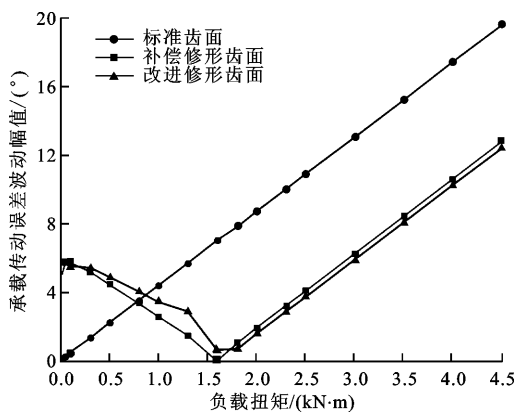
图10给出了算例2不同修形齿面的 T_E 、 L_{TE} 和 A_{LTE} 变化。改进修形齿面和补偿修形齿面中凹区域的 T_E 形状几乎相同(图10a),但由于改进修形啮入、啮出端几何传动误差较大,因此对误差的敏感性降低了。在设计载荷下,补偿修形齿面 A_{LTE} 几乎为0,改进修形后 A_{LTE} 略有增加(图10b、10c),其后随着载荷的增加,改进修形齿面 A_{LTE} 小于补偿修形齿面 A_{LTE} ,改进修形设计的优势得以体现(图10c)。



(a)几何传动误差对比



(b)承载传动误差幅值对比



(c)多载荷承载传动误差幅值对比

图 10 算例 2 不同齿面 T_E 和 A_{LTE} 对比

5 结 论

本文提出了一种高重合度斜齿轮多齿对啮合的补偿修形设计方法,通过准确计算齿面修形量来补偿不同啮合区之间轮齿承载变形量的差异,得到以下结论:

(1)根据标准齿面的承载传动误差波动幅值预设修形齿面的几何传动误差,通过优化几何传动误差可精确控制齿面修形量的大小。

(2)补偿修形后齿面修形量按照不同的重合度沿着齿面接触路径呈对角波动,补偿修形对重合度影响较小。

(3)改进修形设计也能够有效补偿不同啮合区的轮齿负载变形,修形后齿轮副重合度有所降低,在较大载荷范围内可降低承载传动误差波动幅值。

参考文献:

[1] 张俊,陈涛,汪建. 基于最小动态传动误差波动量的斜齿行星轮系齿轮修形研究 [J]. 振动与冲击, 2019, 38(19): 77-88.
ZHANG Jun, CHEN Tao, WANG Jian. Tooth modification of helical planetary gear train based on minimum dynamic transmission error fluctuation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(19): 77-88.

[2] 王晋鹏,常山,刘更,等. 船舶齿轮传动装置箱体振动噪声分析与控制研究进展 [J]. 船舶力学, 2019, 23(8): 1007-1019.
WANG Jinpeng, CHAN Shan, LIU Geng, et al. Review on the analysis and reduction of marine gearbox vibration and noise [J]. Journal of Ship Mechanics, 2019, 23(8): 1007-1019.

[3] KANG M R, KAHRAMAN A. Measurement of vibratory motions of gears supported by compliant shafts

[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 29: 391-403.

[4] KANG M R, KAHRAMAN A. An experimental and theoretical study of the dynamic behavior of double-helical gear sets [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 350: 11-29.

[5] 周建星,孙文磊,万晓静. 齿轮减速器振动噪声预估公式定制方法研究 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 174-180.
ZHOU Jianxing, SUN Weilei, WAN Xiaojing. Formula-fitting method for predicting gear reducer noise radiation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 174-180.

[6] LITVIN F L, GONZALEZ P I, FUENTES A, et al. Topology of modified surfaces of involute helical gears with line contact developed for improvement of bearing contact, reduction of transmission errors, and stress analysis [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 42(9): 1063-1078.

[7] LITVIN F L. Modified involute helical gears computerized design, simulation of meshing and stress analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003, 192: 3619-3655.

[8] 方宗德,沈允文. 斜齿轮三维修形的优化设计 [J]. 机械工程学报, 1992, 28(6): 57-61.
FANG Zongde, SHEN Yunwen. Optimal design of 3D modification of helical gears [J]. Journal of Mechanical Engineering, 1992, 28(6): 57-61.

[9] 汪建,张俊. 轮齿修形对斜齿轮传递误差影响的比较性分析 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(2): 254-260.
WANG Jian, ZHANG Jun. Effect of gear modification on transmission error of a helical gear pair [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(2): 254-260.

[10] 陈洪月,朱煜,毛君,等. 齿廓修形对渐开线直齿轮设计传递误差的影响 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2018, 46(3): 91-97.
CHEN Hongyue, ZHU Yu, MAO Jun, et al. Influence of tooth profile modification on design transmission error of involute spur gear [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2018, 46(3): 91-97.

[11] 贾超,方宗德,张西金,等. 斜齿轮齿面的修形优化设计及分析 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2018, 46(5): 66-71.
JIA Chao, FANG Zongde, ZHANG Xijin, et al. Optimal design and analysis of tooth modification for helical gears [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2018, 46

- (5): 66-71.
- [12] 王宪法, 李华敏. 窄斜齿轮对角修形的最佳修形量计算及修形区域的选择 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 1993(5): 67-71.
- WANG Xianfa, LI Huamin. The calculation of optimal diagonal modification values and selection of modification area of the narrow helical gears [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1993(5): 67-71.
- [13] 蒋进科, 方宗德, 王峰. 降低斜齿轮噪声的对角修形优化设计 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 63-67.
- JIANG Jinke, FANG Zongde, WANG Feng. Optimal design with diagonal modification for reducing helical gear noise [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 63-67.
- [14] 袁冰, 常山, 吴立言, 等. 对角修形对斜齿轮系统准静态及动态特性的影响研究 [J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(2): 232-239.
- YUAN Bing, CHANG Shan, WU Liyan, et al. Effect of cross modification on the quasi-static and dynamic characteristics of helical gear system [J]. Journal of Northwester Polytechnical University, 2017, 35(2): 232-239.
- [15] LEE C K. Manufacturing process for a cylindrical crown gear drive with a controllable fourth order polynomial function of transmission errors [J]. Journal of Mater Process Technology, 2009, 209(1): 3-13.
- [16] 蒋进科, 方宗德, 苏进展. 高阶传动误差斜齿轮修形设计与加工 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(9): 43-49.
- JIANG Jinke, FANG Zongde, SU Jinzhan. Design and grinding for modified helical gears with a higher-order transmission error [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(9): 43-49.
- [17] JIANG Jinke, FANG Zongde. Design and analysis of modified cylindrical gears with a higher-order transmission error [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 88: 141-152.
- [18] ZHANG Yi, FANG Zongde. Analysis of transmission errors under load of helical gears with modified tooth surfaces [J]. Journal of Mechanical Design, 1997, 119(1): 120-126.
- [19] 方宗德. 齿轮轮齿承载接触分析(LTCA)的模型和方法 [J]. 机械传动, 1998, 22(2): 1-3.
- FANG Zongde. Model and method of loaded tooth contact analysis (LTCA) [J]. Journal of Mechanical, 1998, 22(2): 1-3.
- [20] DEB K, MEMBER A, PRATAP A, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. Transaction on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [本刊相关文献链接]**
- 贾超, 姚立纲, 张俊, 等. 修形渐开线斜齿轮啮入冲击计算. 2020, 54(9): 58-65. [doi:10.7652/xjtuxb202009006]
- 李旺, 赵宁, 蔺彦虎, 等. 同轴面齿轮分扭传动的动态均载特性. 2020, 54(9): 109-116. [doi:10.7652/xjtuxb202009012]
- 王胜男, 阿达依·谢尔亚孜旦, 章翔峰, 等. 考虑轴柔性的二级齿轮减速器振动噪声研究. 2020, 54(9): 117-127. [doi:10.7652/xjtuxb202009013]
- 蒋进科, 刘钊, 刘红梅. 齿面磨损最小直齿锥齿轮 Ease-off 修形设计与分析. 2020, 54(6): 99-106. [doi:10.7652/xjtuxb202006013]
- 王成龙, 周建星, 孙文磊, 等. 行星齿轮传动柔性齿圈齿根动应力计算及光纤光栅检测方法. 2020, 54(6): 122-132. [doi:10.7652/xjtuxb202006016]
- 王靖岳, 李建刚, 王浩天. 采用改进多点最优最小熵反褶积的齿轮箱复合故障特征提取. 2020, 54(5): 70-77. [doi:10.7652/xjtuxb202005010]
- 姚斌, 卢杰, 蔡志钦, 等. 螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的包络-像素设计方法. 2020, 54(2): 16-23. [doi:10.7652/xjtuxb202002003]
- 陈保家, 黄伟, 李立军, 等. 最大重叠离散小波包变换边缘谱特征在齿轮故障诊断中的应用. 2020, 54(2): 35-42. [doi:10.7652/xjtuxb202002005]
- 刘振, 孔德同, 赵明, 等. 裂纹损伤行星轮系的编码器信号响应特性. 2020, 54(2): 43-50. [doi:10.7652/xjtuxb202002006]
- 吴静然, 丁恩杰, 崔冉, 等. 采用多尺度注意力机制的旋转机械故障诊断方法. 2020, 54(2): 51-58. [doi:10.7652/xjtuxb202002007]
- 张西宁, 周融通, 郭清林, 等. 局部倒频谱编辑方法及其在齿轮箱微弱轴承故障特征提取中的应用. 2019, 53(12): 1-9. [doi:10.7652/xjtuxb201912001]
- 张宁, 张英杰, 李阳帆. 考虑齿轮形变的谐波减速器齿廓优化方法. 2019, 53(12): 31-37. [doi:10.7652/xjtuxb201912005]
- 姜歌东, 王爽, 梅雪松, 等. 谐波齿轮传动双圆弧齿形双向共轭设计方法. 2019, 53(8): 8-14. [doi:10.7652/xjtuxb201908002]
- 胡升阳, 方宗德. 行星传动均载及动载系数定义改进与分析. 2019, 53(8): 40-46. [doi:10.7652/xjtuxb201908006]
- 何小高, 张庆, 贾林山, 等. 变速重载设备齿轮箱轴承故障的改进阶次包络分析方法. 2019, 53(8): 98-106. [doi:10.7652/xjtuxb201908013]
- 彭山东, 丁撼, 唐进元. 改进的 6σ 设计的螺旋锥齿轮加工参数反调修正方法. 2019, 53(6): 35-43. [doi:10.7652/xjtuxb201906006]

(编辑 武红江)